NÉHÁNY SZÁMELMÉLETI PROBLÉMA VIZSGÁLATA SZÁMÍTÓGÉP FELHASZNÁLÁSÁVAL

KISS PÉTER

(Közlésre érkezett: 1974. december 10.)

A számítógépek egyre nagyobb szerepet kapnak a mindennapi életben, bővül az alkalmazási területük. A tudományos kutatómunkában is igen nagy segítséget nyújtanak, egyre több tudományág használja ki a számítógépek által adódó lehetőségeket. A számelméleti kutatásokban is jól használhatók a számítógépek. Lehetővé teszik például sejtések megerősítését, illetve megcáfolását, vagy olyan problémák megoldását, melyeknél igen sok, de véges számú eset megvizsgálására van szükség.

Az alábbiakban néhány olyan számelméleti eredményt ismertetünk, melyeket számítógép segítségével kaptunk. A számításokat az Egri Ho Si Minh Tanárképző Főiskola ODRA 1204 típusú számítógépével végeztük el.

A Steinhaus probléma

Legyen

$$A = a_n a_{n-1} \ldots a_0$$

egy tízes számrendszerben felírt egész szám $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_0$ számjegyekkel és értelmezzük az

$$F(A) = a_n^k + a_{n-1}^k + \ldots + a_0^k$$

függvényt, ahol a k kitevő természetes szám. Vezessük be az $A_1 = F(A), A_2 = F(A_1), \ldots, A_i = F(A_{i-1}), \ldots$ jelölést.

H. Steinhaus [1] elemi eszközökkel $k = 2$ esetén bebizonyította, hogy bármely A természetes számból kiindulva az

$$A, A_1, A_2, \ldots \tag{1}$$

sorozat ciklikus, vagyis valamely i-re és j-re

$$A_i = A_j \ (j < i)$$

ami maga után vonja, hogy $A_{i+q} = A_{j+q}$ tetszőleges egész q-ra, vagyis a j-edik tagtól kezdve az $A_j, A_{j+1}, \ldots, A_{i-1}$ tagok ismétlődnek. Kimutatta, hogy csak két különböző ciklus van, egy egyelemű: 1 és egy nyolcelemű:

145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89. Ha tehát bármely természetes számból kiindulva képezzük a jegyek négyzetösszegét, az így kapott egész szám esetén ismét képezzük a számjegyek négyzetének összegét, és az eljárást úgyanígy rendre megismételjük, akkor véges sok lépés után vagy 1-et kapunk és ettől kezdve minden további szám 1, vagy pedig 145-öt és ettől kezdve az előzőekben felírt nyolcelemű ciklus számai ismétlődnek.

$k \geqq 3$ esetén az (1) sorozat vizsgálatát megkönnyíti a számítógép használata. $k = 3$ esetén K. Iséki [2], $k = 4$ esetében K.Chikawa, K. Iséki és T. Kusakabe [3], $k = 5$ esetében K. Chikawa, K. Iséki, T. Kusakabe és K. Shibamura [4], $k = 6$ és 7 esetében pedig E. T. Avanesov és V. A. Gusev [5] határozták meg az összes különböző ciklust, számítógép segítségével. A következőkben a Steinhaus probléma $k = 8$ esetével fogunk foglalkozni. Kimutatjuk, hogy tetszőleges egész A-ból kiindulva az (1) sorozat ciklikus és a különböző ciklusok száma véges.

Ha $A = a_n a_{n-1} \dots a_0$ egy tetszőleges tizes számrendszerbe felírt szám, akkor $k = 8$ esetén

$$F(A) = a_n^8 + a_{n-1}^8 + \dots + a_0^8 \leqq (n+1) \cdot 9^8.$$

De $n > 8$ esetén $9^8 < \frac{1}{10} \cdot \frac{10^{n+1}}{n+1}$ vagyis $(n+1) \cdot 9^8 < 10^n$, ugyanis a $b_m = \frac{10^m}{m}$ sorozat monoton és divergens, ezért ha $n > 8$ (vagyis ha $A \geqq 10^9$), akkor

$$F(A) < 10^n < A$$

Ebből következik, hogy (1) sorozat csökkenő, míg $A_i < 10^9$ nem teljesül, és ettől kezdve minden tagra $A_j < 10^9$, ha $j > i$. Így az (1) sorozatnak csak véges számú különböző tagja lehet, ezért kell, hogy valamely tagja megegyezzen egy korábbi taggal és ettől kezdve egy bizonyos ciklus ismétlődik. De minden ciklus minden tagja kisebb 10^9-nél és a különböző ciklusok nem tartalmazhatnak közös elemet (mert akkor a képzési szabály miatt minden elem megegyezne), ezért a különböző ciklusok száma véges.

Ha meg akarjuk határozni az összes különböző ciklust, akkor elég az $A < 10^9$ számokból kiinduló sorozatokat vizsgálni. De akkor $F(A) \leqq 9 \cdot 9^9 < < 4 \cdot 10^8$ ezért elég az $A < 4 \cdot 10^8$ számokkal foglalkozni, hiszen a többi egész számból kiinduló sorozat is $A < 4 \cdot 10^8$ számok sorozataihoz vezet és a ciklusok vizsgálata szempontjából az (1) sorozat néhány első tagja elhagyható. Csökkenti a megvizsgálandó sorozatok számát az az észrevétel is, hogy ha A és A' egész számok csak a jegyek sorrendjében különböznek egymástól, akkor elég csak az egyikből kiinduló sorozatot vizsgálni, hiszen a két sorozat a második tagtól kezdve azonos.

Az előzőeket figyelembe véve számítógéppel megvizsgáltuk az összes olyan (1) sorozatot, melyek nemcsak néhány első tagban térnek el egymástól. Azt kaptuk, hogy hat különböző ciklus létezik: három egyelemű, egy háromelemű, egy huszonötelemű és egy százötvennégyelemű ciklus. Ezek a következők (a ciklusok után zárójelbe írt szám azt a legkisebb egész számot mutatja, melyből kiinduló sorozat az illető ciklushoz vezet):

Az egyelemű ciklusok:
1 (1),
24678051 (14),
24678050 (17).

A háromelemű ciklus:
7973187, 77124902, 54642372 (111384).

A huszonötelemű ciklus:

88229221,	76602178,	31666307,	10816772,	29986692,	
149277123,	54648934,	62097347,	56328292,	61901507,	
50881765,	41780100,	22607555,	8616804,	36979201,	
93544677,	56784197,	73489317,	71432198,	65661093,	
48482756,	41520802,	17233890,	65602117,	9514916	(2).

A százötvennégy elemű ciklus:

82503588,	51119715,	49592776,	99759077,	146825191,	
61959973,	136981767,	74719334,	54720518,	23389060,	
61516931,	46803142,	18594722,	66045412,	3881185,	
52017827,	28697956,	112385572,	23330342,	92292,	
86094210,	61569346,	48548292,	77123342,	13222853,	
17181732,	28313638,	35253988,	77395781,	77515527,	
18466535,	20989796,	153362052,	2474501,	6286755,	
26682755,	26683011,	20143267,	7517027,	17685285,	
41780356,	24684356,	20664962,	48151617,	24677797,	
67851333,	24631942,	44864483,	35502753,	6950054,	
45573123,	6624966,	49830977,	114472357,	12058118,	
33945316,	45202182,	17234146,	7582308,	39716675,	
58332742,	23011812,	16784292,	67334403,	7595172,	
55357830,	23727014,	11602212,	1680387,	41005411,	
521700,	6155683,	20924260,	44792641,	50688003,	
35631234,	2155717,	12311110,	6822,	18457344,	
23135812,	17181477,	34137158,	23011302,	13636,	
3372355,	6565990,	90233924,	86172612,	25901763,	
50888581,	67890115,	67658981,	86115812,	35624932,	
45196132,	45189317,	66051462,	5495266,	47252995,	
92705541,	49658565,	64420580,	18978785,	105298597,	
109416966,	91197828,	125412933,	43516518,	19310181,	
59830502,	60612004,	3425025,	853859,	77388964,	
89882468,	111900993,	129146727,	56321989,	104947717,	
60472198,	67334147,	13353413,	482407,	22673345,	
7914212,	48877572,	51305252,	1178949,	108700997,	
114400261,	1810947,	65654276,	11650691,	46796581,	
69404132,	44864227,	24418753,	23070532,	6169060,	
48085570,	40166019,	46471491,	50687748,	47219811,	
65654533,	4609765,	52626915,	47187716,	35816773,	
30390182,	59837316,	67672102,	14889347		(3).

Egy ikerprímszám-probléma

Tekintsük az $F_1 = 1$, $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3, \ldots, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \ldots$ Fibonacci sorozatot és jelöljük P_n-nel a sorozat első n tagjának a szorzatát: $P_n = F_1 \cdot F_2 \ldots F_n$. Bui Minh Phong (III. éves főiskolai hallgató) észrevette, hogy $n \leqq 7$ esetén $P_n - 1$ és $P_n + 1$ prímek, azaz ikerprímek. Például $n = 7$ esetén $P_n = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 13 = 3120$ és 3119, valamint 3121 valóban ikerprím számok. Felvetődött a kérdés, hogy $P_n - 1$ és $P_n + 1$ mindig prímszámok-e?

A választ számítógép segítségével adtuk meg. $n = 8$ esetén még $P_8 - 1 = 65519$ és $P_8 + 1 = 65\,521$ prímszámok, de

$$P_9 - 1 = 2\,227\,679 = 293 \cdot 7603,$$
$$P_9 + 1 = 2\,227\,681 = 599 \cdot 3719,$$
$$P_{10} - 1 = 122\,522\,399 = 8\,039 \cdot 15\,241,$$
$$P_{10} + 1 = 122\,522\,401 = 1\,373 \cdot 89\,237,$$
$$P_{11} - 1 = 10\,904\,493\,599 = 7\,283 \cdot 1\,497\,253,$$
$$P_{11} + 1 = 10\,904\,493\,601 = 181 \cdot 60\,245\,821.$$

Tehát $n = 9$, 10 és 11 esetén $P_n - 1$ és $P_n + 1$ egyike sem prímszám, mindegyik két prímszám szorzata, ami megcáfolja a fenti ikerprím problémát.

Ezek után a következő kérdés vetődhet fel. Igaz-e, hogy $P_n - 1$ is és $P_n + 1$ is összetett szám minden $n > 8$ esetén, vagy végtelen sok n-re?

Az abszolút pszeudoprímszámokról

Ismeretes, hogy a

$$2^n \equiv 2 \pmod{n}$$

kongriencia minden n prímszám esetén teljesül. Ha az n összetett szám esetén $2^n \equiv 2 \pmod{n}$, akkor az n egész számot pszedoprímszámnak nevezzük. Ha pedig n összetett szám és

$$a^n \equiv a \pmod{n}$$

minden $(a, n) = 1$ estén, akkor n-et abszolút pszeudoprímszámnak nevezzük.

S. Sispanow [6] bizonyította, hogy egy n összetett szám akkor és csak akkor abszolút pszeudoprím, ha legalább három különböző páratlan prímtényező szorzata, minden prímtényező csak az első hatványon szerepel és minden p_i prímtényezőre $p - 1 \mid n - 1$.

P. Poulet [7] és D. H. Lehmer [8] táblázatba foglalta a $2 \cdot 10^8$-nál kisebb pszeudoprímszámokat, melyek nyilván az abszolút pszeudoprímeket is tartalmazzák. S. Sirpanow tételét felhasználva, számítógép segítségével mi is adunk az abszolút pszeudoprímekről egy táblázatot, amely tartalmazza az összes olyan abszolút pszeudoprímszámot, amelyek három vagy négy 1000-nél kisebb különböző prímszám szorzatából állnak. Az összefüggések könynyebb tanulmányozása céljából az egyes abszolút pszeudoprímeknél meghatároztuk a $p_i - 1$ számok d legnagyobb közös osztóját és az $m_i = \frac{p_i - 1}{d}$ értékeket, ahol p_i ($i = 1, 2, 3$ ill. $i = 1, 2, 3, 4$) az abszolút pszeudoprím prímtényezője. Például egy három prímtényező szorzatából álló abszolút pszeudoprím a következő alakban szerepel:

$$C\,[k] = C = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3,\ d = a,\ M\,(m_1, m_2, m_3).$$

Itt $C\,[k]$ a k-adik abszolút pszeudoprím jelölése, C a tizes számrendszerben felírt alakja, p_1, p_2 és p_3 a prímtényezői, $d = a$ a $p_1 - 1$, $p_2 - 1$ és $p_3 - 1$ legnagyobb közös osztója, valamint $m_1 = \frac{p_1 - 1}{d}$, $m_2 = \frac{p_2 - 1}{d}$ és $m_3 = \frac{p_3 - 1}{d}$. A megtalált abszolút pszeudoprímszámok táblázatát a dolgozat végén közöljük.

A táblázatból több összefüggést olvashatunk ki az abszolút pszeudoprímek prímtényezőivel kapcsolatban, melyeket általánosan is igazolhatunk. Például $C\,[1] = 3 \cdot 11 \cdot 17$ esetén ha bevezetjük a $p = 3$ jelölést, akkor $11 = 5\,(p - 1) + 1$ és $17 = 8\,(p - 1) + 1$. Igazoljuk, hogy ez egy általánosabb tétel speciális esete.

1. TÉTEL: Ha p egy $40k + 3$ alakú prím, továbbá $5 \cdot (p - 1) + 1$ és $8 \cdot (p - 1) + 1$ is prímek, akkor ezek szorzata abszolút pszeudoprím.
Bizonyítás: Legyen $C = p \cdot [5\,(p - 1) + 1] \cdot [8\,(p - 1) + 1]$. Sispanow tétele miatt elég bizonyítani, hogy $C - 1 \equiv 0$ a $p - 1$, az $5 \cdot (p - 1)$ és a $8 \cdot (p - 1)$ modulusokra nézve. $C - 1 \equiv 0 \pmod{p - 1}$ nyilvánvaló, ezért elég a másik két esetet igazolni. De

$$\begin{aligned} C - 1 &= p \cdot [5\,(p - 1) + 1] \cdot [8\,(p - 1) + 1] - 1 \equiv \\ &\equiv p \cdot [3\,(p - 1) + 1] - 1 \equiv (3p + 1) \cdot (p - 1) \\ &\pmod{5\,(p - 1)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C - 1 &\equiv p \cdot [5\,(p - 1) + 1] - 1 \equiv (5p + 1) \cdot (p - 1) \\ &\pmod{8\,(p - 1)}, \end{aligned}$$

ezért elég belátni, hogy

$$3p + 1 \equiv 0 \pmod 5 \text{ és } 5p + 1 \equiv 0 \pmod 8.$$

Ezek viszont nyilvánvalóak $40k + 3$ alakú p esetén, ezért igaz az állítás.

Hasonló tételhez jutunk például a $C\,[83] = 7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 37$ vizsgálatánál is:

2. TÉTEL: Ha p egy $6k + 1$ alakú prím, továbbá $2(p-1) + 1$, $3(p-1) + 1$ és $6(p-1) + 1$ is prímek, akkor a négy prímszám szorzata abszolút pszeudoprím.

A tétel az előző tételhez hasonlóan igazolható, ezért itt nem bizonyítjuk. De bizonyítható J. Chernick [9] egy általánosabb tétele alapján is, miszerint ha $p_i = m_i \cdot d + 1$ $i = 1, 2, 3$ és 4 esetén prímek és $i = 1, 2, 3, 4$-re

$$d^2 \cdot \Sigma m_{i_1} \cdot m_{i_2} \cdot m_{i_3} + d \cdot \Sigma m_{j_1} \cdot m_{j_2} + \Sigma m_i \equiv 0 \pmod{m_k}$$

(ahol i_1, i_2, i_3 és j_1, j_2 az 1, 2, 3, 4 ismétlés nélküli kombinációi, továbbá $k = 1, 2, 3, 4$), akkor $\prod_{i=1}^{4} (p_i)$ abszolút pszeudoprím. Hasonló feltételt adott a háromtényezős esetre is.

Chernick adott m_i értékek esetén kereste a p_i prímeket úgy, hogy $\pi(p_i)$ abszolút pszeudoprím legyen. Ha azonban adott p_1 prímszámhoz keresünk olyan p_2, p_3 vagy p_4 prímeket, hogy szorzatuk abszolút pszeudoprímszám legyen, akkor használhatóbb a következő tétel:

3. TÉTEL: Ha $p_1 = p$ prímszám és a, b egymáshoz relatív prím egészekre $a \cdot p \equiv -1 \pmod{b}$ és $b \cdot p \equiv -1 \pmod{a}$, továbbá $p_2 = a \cdot (p-1) + 1$ és $p_3 = b \cdot (p-1) + 1$ prímek, akkor $C_3 = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ abszolút pszeudoprím. Ha $p_4 = ab(p-1) + 1$ is prím, akkor $C_4 = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4$ is abszolút pszeudoprím.

Bizonyítás: Elég most is belátni, hogy $C_3 - 1 \equiv 0 \pmod{p_i - 1}$ $i = 1, 2$ és 3 esetén. $i = 1$ esetében p_2 és p_3 alakja miatt a kongruencia nyilvánvalóan igaz. Ha $i = 2$, akkor

$$C_3 - 1 \equiv p_1 \cdot p_3 - 1 = p\,[b(p-1) + 1] - 1 = (bp + 1)(p-1) \equiv$$
$$\equiv 0 \pmod{a\,(p-1)}$$

mert a feltételek miatt $b \cdot p + 1$ osztható a-val. Hasonlóan igazolható, hogy

$$C_3 - 1 \equiv 0 \pmod{b\,(p-1)},$$

ezért a tétel első része igaz.

Ha $p_4 = ab(p-1) + 1$ prím, akkor $C_3 - 1 \equiv 0 \pmod{p_i - 1}$ és $p_4 - 1 \equiv 0 \pmod{p_i - 1}$ $(i = 1, 2, 3)$ miatt elég $C_4 - 1 = \pmod{p_4 - 1}$ helyességét belátni. De

$$C_4 - 1 \equiv p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 - 1 = p \cdot [a\,(p-1) + 1] \cdot [b\,(p-1) + 1] - 1 =$$
$$= abp\,(p-1)^2 + (a+b)\,p\,(p-1) + p - 1 \equiv$$
$$\equiv (ap + bp + 1) \cdot (p-1) \pmod{ab(p-1)},$$

ezért elég igazolni, hogy

$$ap + bp + 1 \equiv 0 \pmod{ab}.$$

Ez viszont igaz, mert $(a, b) = 1$ és feltételek miatt

$$ap + bp + 1 \equiv bp + 1 \equiv 0 \pmod{a} \text{ és}$$
$$ap + bp + 1 \equiv ap + 1 \equiv 0 \pmod{b},$$

ezzel a 3. tételt bebizonyítottuk.

Több olyan négy prímtényezőt tartalmazó abszolút pszeudoprím létezik, melyre az utóbbi tétel teljesül. Ilyenek például:

C[88] =	$7 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 61$	(2, 5, 10)
C[98] =	$7 \cdot 19 \cdot 67 \cdot 199$	(3, 11, 33)
C[133] =	$13 \cdot 37 \cdot 61 \cdot 181$	(3, 5, 15)
C[212] =	$31 \cdot 61 \cdot 211 \cdot 421$	(2, 7, 14)
C[214] =	$31 \cdot 61 \cdot 271 \cdot 541$	(2, 9, 18).

A zárójelbe írt számok az a, b és $a \cdot b$ értékeket mutatják.

A 3. tétel átfogalmazható a következő alakba is.

4. TÉTEL: Legyenek a és b egymáshoz relatív prím pozitív egész számok és legyen az

$$ax \equiv -1 \pmod{b}$$
$$bx \equiv -1 \pmod{a}$$

kongruenciarendszer egy megoldása x_0. Ha valamely pozitív egész k esetén $p_1 = x_0 + k \cdot ab$ prímszám, továbbá $p_2 = a \cdot (p_1 - 1) +$ és $p_3 = b \cdot (p_1 - 1) + 1$ is prímek, akkor $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ abszolút pszeudoprím. Ha $p_4 = ab(p_1 - 1) + 1$ is prímszám, akkor $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4$ is abszolút pszeudoprím.

Bizonyítása szükségtelen, hiszen x_0-lal együtt $p_1 = x_0 + k \cdot ab$ is megoldása a kongruenciarendszernek így a $p = p_1$ prímszám kielégíti a 3. tétel feltételeit. A 4. tétel azonban többet mond az előzőnél. Ugyanis x_0 meghatározásából következik, hogy $(x_0, a) = (x_0, b) = 1$ és így $(x_0, ab) = 1$, amiből pedig Dirichlet tétele szerint az adódik, hogy végtelen sok $x_0 + k \cdot ab$ alakú prímszám létezik. Tehát rögzített a és b egész számok esetén végtelen sok olyan p_1 prímszám található, mely a 4., illetve a 3. tétel feltételeit kielégíti. Az azonban nem biztos, hogy p_1-gyel egyidejűleg $p_2 = a(p_1 - 1) + 1$ és $p_3 = b(p_1 - 1) + 1$ is prímek, ezért nem biztos, hogy $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ végtelen sok esetben abszolút pszeudoprím. Továbbra is nyitott kérdés marad, hogy az abszolút pszeudoprímek száma végtelen-e?

A. Rotkiewicz [10] foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy melyek azok a számtani sorozatok, amelyek tagjai abszolút pszeudoprímszámok. 17 háromtagú és 1 négytagú abszolút pszeudoprímekből álló számtani sorozatot talált ([10], 112—113. oldal). Az általunk kiszámított abszolút pszeudoprímek között számítógép segítségével még 7 háromtagú és egy négytagú számtani sorozatot kaptunk.

Ezek a következők.

A háromtagú sorozatok:

1.	C[11] =	29341,	C[12] =	46657,	C[83] =	63973
2.	C[11] =	29341,	C[88] =	172081,	C[14] =	314821
3.	C[88] =	172081,	C[22] =	512461,	C[111] =	852841
4.	C[27] =	488881,	C[28] =	1461241,	C[147] =	2433601

5. C[131] = 25603201, C[192] = 157731841, C[195] = 289860481
6. C[188] = 65241793, C[193] = 161035057, C[194] = 256828321
7. C[225] = 105309289, C[258] = 119327041, C[175] = 133344793.

A négytagú sorozat:

C[88] = 172081, C[22] = 512461, C[111] = 852841, C[23] = 1193221.

Végül az összes három és négy 1000-nél kisebb prímtényező szorzataként felírható abszolút pszeudoprímszám a következő (az első 66 három-, a többi négytényezős szorzat, a legkisebb prímtényező szerint rendezve):

C[1] =	561 =	3 × 11 × 17,	d = 2,	M(1, 5, 8)
C[2] =	1105 =	5 × 13 × 17,	d = 4,	M(1, 3, 4)
C[3] =	2465 =	5 × 17 × 29,	d = 4,	M(1, 4, 7)
C[4] =	10585 =	5 × 29 × 73,	d = 4,	M(1, 7, 18)
C[5] =	1729 =	7 × 13 × 19,	d = 6,	M(1, 2, 3)
C[6] =	2821 =	7 × 13 × 31,	d = 6,	M(1, 2, 5)
C[7] =	8911 =	7 × 19 × 67,	d = 6,	M(1, 3, 11)
C[8] =	6601 =	7 × 23 × 41,	d = 2,	M(3, 11, 20)
C[9] =	15841 =	7 × 31 × 73,	d = 6,	M(1, 5, 12)
C[10] =	52633 =	7 × 73 × 103,	d = 6,	M(1, 12, 17)
C[11] =	29341 =	13 × 37 × 61,	d = 12,	M(1, 3, 5)
C[12] =	46657 =	13 × 37 × 97,	d = 12,	M(1, 3, 8)
C[13] =	115921 =	13 × 37 × 241,	d = 12,	M(1, 3, 20)
C[14] =	314821 =	13 × 61 × 397,	d = 12,	M(1, 5, 33)
C[15] =	530881 =	13 × 97 × 421,	d = 12,	M(1, 8, 35)
C[16] =	162401 =	17 × 41 × 233,	d = 8,	M(2, 5, 29)
C[17] =	334153 =	19 × 43 × 409,	d = 6,	M(3, 7, 68)
C[18] =	1024651 =	19 × 199 × 271,	d = 18,	M(1, 11, 15)
C[19] =	1615681 =	23 × 199 × 353,	d = 22,	M(1, 9, 16)
C[20] =	5444489 =	29 × 197 × 953,	d = 28,	M(1, 7, 34)
C[21] =	399001 =	31 × 61 × 211,	d = 30,	M(1, 2, 7)
C[22] =	512461 =	31 × 61 × 271,	d = 30,	M(1, 2, 9)
C[23] =	1193221 =	31 × 61 × 631,	d = 30,	M(1, 2, 21)
C[24] =	1857241 =	31 × 181 × 331,	d = 30,	M(1, 6, 11)
C[25] =	5049001 =	31 × 271 × 601,	d = 30,	M(1, 9, 20)
C[26] =	294409 =	37 × 73 × 109,	d = 36,	M(1, 2, 3)
C[27] =	488881 =	37 × 73 × 181,	d = 36,	M(1, 2, 5)
C[28] =	1461241 =	37 × 73 × 541,	d = 36,	M(1, 2, 15)
C[29] =	252601 =	41 × 61 × 101,	d = 20,	M(2, 3, 5)
C[30] =	410041 =	41 × 73 × 137,	d = 8,	M(5, 9, 17)
C[31] =	1909001 =	41 × 101 × 461,	d = 20,	M(2, 5, 23)
C[32] =	5148001 =	41 × 241 × 521,	d = 40,	M(1, 6, 13)
C[33] =	7519441 =	41 × 241 × 761,	d = 40,	M(1, 6, 19)
C[34] =	1152271 =	43 × 127 × 211,	d = 42,	M(1, 3, 5)
C[35] =	3057601 =	43 × 211 × 337,	d = 42,	M(1, 5, 8)
C[36] =	6868261 =	43 × 211 × 757,	d = 42,	M(1, 5, 18)
C[37] =	11972017 =	43 × 433 × 643,	d = 6,	M(7, 72, 107)

$C[38] = 15829633 = 43 \times 547 \times 673$, $d = 42$, $M(1, 13, 16)$
$C[39] = 2508013 = 53 \times 79 \times 599$, $d = 26$, $M(2, 3, 23)$
$C[40] = 4335241 = 53 \times 157 \times 521$, $d = 52$, $M(1, 3, 10)$
$C[41] = 6189121 = 61 \times 241 \times 421$, $d = 60$, $M(1, 4, 7)$
$C[42] = 9439201 = 61 \times 271 \times 571$, $d = 30$, $M(2, 9, 19)$
$C[43] = 10267951 = 67 \times 331 \times 463$, $d = 66$, $M(1, 5, 7)$
$C[44] = 10024561 = 71 \times 271 \times 521$, $d = 10$, $M(7, 27, 52)$
$C[45] = 14676481 = 71 \times 421 \times 491$, $d = 70$, $M(1, 6, 7)$
$C[46] = 31405501 = 71 \times 631 \times 701$, $d = 70$, $M(1, 9, 10)$
$C[47] = 14469841 = 73 \times 379 = 523$, $d = 18$, $M(4, 21, 29)$
$C[48] = 19384289 = 89 \times 353 \times 617$, $d = 88$, $M(1, 4, 7)$
$C[49] = 50201089 = 97 \times 673 \times 769$, $d = 96$, $M(1, 7, 8)$
$C[50] = 3828001 = 101 \times 151 \times 251$, $d = 50$, $M(2, 3, 5)$
$C[51] = 6733693 = 109 \times 163 \times 379$, $d = 54$, $M(2, 3, 7)$
$C[52] = 37964809 = 109 \times 379 \times 919$, $d = 54$, $M(2, 7, 17)$
$C[53] = 17098369 = 113 \times 337 \times 449$, $d = 112$, $M(1, 3, 4)$
$C[54] = 79624621 = 139 \times 691 \times 829$, $d = 138$, $M(1, 5, 6)$
$C[55] = 17236801 = 151 \times 211 \times 541$, $d = 30$, $M(5, 7, 18)$
$C[56] = 68154001 = 151 \times 601 \times 751$, $d = 150$, $M(1, 4, 5)$
$C[57] = 64377991 = 163 \times 487 \times 811$, $d = 162$, $M(1, 3, 5)$
$C[58] = 92625121 = 181 \times 631 \times 811$, $d = 90$, $M(2, 7, 9)$
$C[59] = 34657141 = 191 \times 421 \times 431$, $d = 10$, $M(19, 42, 43)$
$C[60] = 29111881 = 211 \times 281 \times 491$, $d = 70$, $M(3, 4, 7)$
$C[61] = 56052361 = 211 \times 421 \times 631$, $d = 210$, $M(1, 2, 3)$
$C[62] = 118901521 = 271 \times 541 \times 811$, $d = 270$, $M(1, 2, 3)$
$C[63] = 82929001 = 281 \times 421 \times 701$, $d = 140$, $M(2, 3, 5)$
$C[64] = 116682721 = 281 \times 617 \times 673$, $d = 56$, $M(5, 11, 12)$
$C[65] = 172947529 = 307 \times 613 \times 919$, $d = 306$, $M(1, 2, 3)$
$C[66] = 216821881 = 331 \times 661 \times 991$, $d = 330$, $M(1, 2, 3)$

$C[67] = 62745 = 3 \times 5 \times 47 \times 89$, $d = 2$, $M(1, 2, 23, 44)$
$C[68] = 656601 = 3 \times 11 \times 101 \times 197$, $d = 2$, $M(1, 5, 50, 98)$
$C[69] = 11921001 = 3 \times 29 \times 263 \times 521$, $d = 2$, $M(1, 14, 131, 260)$
$C[70] = 3224065 = 5 \times 13 \times 193 \times 257$, $d = 4$, $M(1, 3, 48, 64)$
$C[71] = 5632705 = 5 \times 13 \times 193 \times 449$, $d = 4$, $M(1, 3, 48, 112)$
$C[72] = 278545 = 5 \times 17 \times 29 \times 113$, $d = 4$, $M(1, 4, 7, 28)$
$C[73] = 11119105 = 5 \times 17 \times 257 \times 509$, $d = 4$, $M(1, 4, 64, 127)$
$C[74] = 449065 = 5 \times 19 \times 29 \times 163$, $d = 2$, $M(2, 9, 14, 81)$
$C[75] = 2531845 = 5 \times 19 \times 29 \times 919$, $d = 2$, $M(2, 9, 14, 459)$
$C[76] = 9582145 = 5 \times 23 \times 97 \times 859$, $d = 2$, $M(2, 11, 48, 429)$
$C[77] = 3664585 = 5 \times 29 \times 127 \times 199$, $d = 2$, $M(2, 14, 63, 99)$
$C[78] = 15403285 = 5 \times 37 \times 139 \times 599$, $d = 2$, $M(2, 18, 69, 299)$
$C[79] = 31692805 = 5 \times 47 \times 157 \times 859$, $d = 2$, $M(2, 23, 78, 429)$
$C[80] = 6054985 = 5 \times 53 \times 73 \times 313$, $d = 4$, $M(1, 13, 18, 78)$
$C[81] = 41041 = 7 \times 11 \times 13 \times 41$, $d = 2$, $M(3, 5, 6, 20)$
$C[82] = 101101 = 7 \times 11 \times 13 \times 101$, $d = 2$, $M(3, 5, 6, 50)$
$C[83] = 63973 = 7 \times 13 \times 19 \times 37$, $d = 6$, $M(1, 2, 3, 6)$
$C[84] = 126217 = 7 \times 13 \times 19 \times 73$, $d = 6$, $M(1, 2, 3, 12)$

C[85] = 188461 = 7 × 13 × 19 × 109, d = 6, M (1, 2, 3, 18)
C[86] = 748657 = 7 × 13 × 19 × 433, d = 6, M (1, 2, 3, 72)
C[87] = 997633 = 7 × 13 × 19 × 577, d = 6, M (1, 2, 3, 96)
C[88] = 172081 = 7 × 13 × 31 × 61, d = 6, M (1, 2, 5, 10)
C[89] = 670033 = 7 × 13 × 37 × 199, d = 6, M (1, 2, 6, 33)
C[90] = 1033669 = 7 × 13 × 37 × 307, d = 6, M (1, 2, 6. 51)
C[91] = 838201 = 7 × 13 × 61 × 151, d = 6, M (1, 2, 10, 25)
C[92] = 1082809 = 7 × 13 × 73 × 163, d = 6, M (1, 2, 12, 27)
C[93] = 4909177 = 7 × 13 × 73 × 739, d = 6, M (1, 2, 12, 123)
C[94] = 7995169 = 7 × 13 × 103 × 853, d = 6, M (1, 2, 17, 142)
C[95] = 4463641 = 7 × 13 × 181 × 271, d = 6, M (1, 2, 30, 45)
C[96] = 18900973 = 7 × 13 × 229 × 907, d = 6, M (1, 2, 38, 151)
C[97] = 6840001 = 7 × 17 × 229 × 251, d = 2, M (3, 8, 114, 125)
C[98] = 1773289 = 7 × 19 × 67 × 199, d = 6, M (1, 3, 11, 33)
C[99] = 8830801 = 7 × 19 × 67 × 991, d = 6, M (1, 3, 11, 165)
C[100] = 46483633 = 7 × 19 × 373 × 937, d = 6, M (1, 3, 62, 156)
C[101] = 34901461 = 7 × 19 × 397 × 661, d = 6, M (1, 3, 66, 110)
C[102] = 9585541 = 7 × 31 × 163 × 271, d = 6, M (1, 5, 27, 45)
C[103] = 2628073 = 7 × 37 × 73 × 139, d = 6, M (1, 6, 12, 23)
C[104] = 38637361 = 7 × 37 × 241 × 619, d = 6, M (1, 6, 40, 103)
C[105] = 44238481 = 7 × 61 × 313 × 331, d = 6, M (1, 10, 52, 55)
C[106] = 295643089 = 7 × 157 × 367 × 733, d = 6, M (1, 26, 61, 122)
C[107] = 440306461 = 7 × 307 × 331 × 619, d = 6, M (1, 51, 55, 103)
C[108] = 75361 = 11 × 13 × 17 × 31, d = 2, M (5, 6, 8, 15)
C[109] = 658801 = 11 × 13 × 17 × 271, d = 2, M (5, 6, 8, 135)
C[110] = 2704801 = 11 × 29 × 61 × 139, d = 2, M (5, 14, 30, 69)
C[111] = 852841 = 11 × 31 × 41 × 61, d = 10, M (1, 3, 4, 6)
C[112] = 2100901 = 11 × 31 × 61 × 101, d = 10, M (1, 3, 6, 10)
C[113] = 8341201 = 11 × 31 × 61 × 401, d = 10, M (1, 3, 6, 40)
C[114] = 10837321 = 11 × 31 × 61 × 521, d = 10, M (1, 3, 6, 52)
C[115] = 4903921 = 11 × 31 × 73 × 197, d = 2, M (5, 15, 36, 98)
C[116] = 6049681 = 11 × 31 × 113 × 157, d = 2, M (5, 15, 56, 78)
C[117] = 29020321 = 11 × 37 × 113 × 631, d = 2, M (5, 18, 56, 315)
C[118] = 26932081 = 11 × 47 × 113 × 461, d = 2, M (5, 23, 56, 230)
C[119] = 40430401 = 11 × 101 × 151 × 241, d = 10, M (1, 10, 15, 24)
C[120] = 507726901 = 11 × 181 × 271 × 941, d = 10, M (1, 18, 27, 94)
C[121] = 399906001 = 11 × 241 × 251 × 601, d = 10, M (1, 24, 25, 60)
C[122] = 1227280681 = 11 × 271 × 541 × 761, d = 10, M (1, 27, 54, 76)
C[123] = 1685266561 = 11 × 457 × 523 × 641, d = 2, M (5, 228, 261, 320)
C[124] = 340561 = 13 × 17 × 23 × 67, d = 2, M (6, 8, 11, 33)
C[125] = 552721 = 13 × 17 × 41 × 61, d = 4, M (3, 4, 10, 15)
C[126] = 33596641 = 13 × 17 × 281 × 541, d = 4, M (3, 4, 70, 135)
C[127] = 128697361 = 13 × 17 × 661 × 881, d = 4, M (3, 4, 165, 220)
C[128] = 2455921 = 13 × 19 × 61 × 163, d = 6, M (2, 3, 10, 27)
C[129] = 4767841 = 13 × 19 × 97 × 199, d = 6, M (2, 3, 16, 33)
C[130] = 10402561 = 13 × 29 × 41 × 673, d = 4, M (3, 7, 10, 168)
C[131] = 25603201 = 13 × 29 × 113 × 601, d = 4, M (3, 7, 28, 150)
C[132] = 3146221 = 13 × 31 × 37 × 211, d = 6, M (2, 5, 6, 35)

C[133] =	5310721 =	13 × 37 × 61 × 181,	d = 12,	M (1, 3, 5, 15)
C[134] =	16046641 =	13 × 37 × 73 × 457,	d = 12,	M (1, 3, 6, 38)
C[135] =	26921089 =	13 × 37 × 97 × 577,	d = 12,	M (1, 3, 8, 48)
C[136] =	19683001 =	13 × 37 × 151 × 271,	d = 6,	M (2, 6, 25, 45)
C[137] =	186782401 =	13 × 37 × 577 × 673,	d = 12,	M (1, 3, 48, 56)
C[138] =	8355841 =	13 × 41 × 61 × 257,	d = 4,	M (3, 10, 15, 64)
C[139] =	17586361 =	13 × 61 × 67 × 331,	d = 6,	M (2, 10, 11, 55)
C[140] =	81638401 =	13 × 97 × 101 × 641,	d = 4,	M (3, 24, 25, 160)
C[141] =	426821473 =	13 × 127 × 419 × 617,	d = 2,	M (6, 63, 209, 308)
C[142] =	193910977 =	13 × 139 × 239 × 449,	d = 2,	M (6, 69, 119, 224)
C[143] =	2832480001 =	13 × 421 × 673 × 769,	d = 12,	M (1, 35, 56, 64)
C[144] =	2867755969 =	13 × 433 × 673 × 757,	d = 12,	M (1, 36, 56, 63)
C[145] =	1569457 =	17 × 19 × 43 × 113,	d = 2,	M (8, 9, 21, 56)
C[146] =	43584481 =	17 × 31 × 191 × 433,	d = 2,	M (8, 15, 95, 216)
C[147] =	2433601 =	17 × 37 × 53 × 73,	d = 4,	M (4, 9, 13, 18)
C[148] =	12262321 =	17 × 41 × 73 × 241,	d = 8,	M (2, 5, 9, 30)
C[149] =	53245921 =	17 × 41 × 79 × 967,	d = 2,	M (8, 20, 39, 483)
C[150] =	40622401 =	17 × 43 × 61 × 911,	d = 2,	M (8, 21, 30, 455)
C[151] =	34196401 =	17 × 47 × 127 × 337,	d = 2,	M (8, 23, 63, 168)
C[152] =	49333201 =	17 × 61 × 113 × 421,	d = 4,	M (4, 15, 28, 105)
C[153] =	87318001 =	17 × 71 × 73 × 991,	d = 2,	M (8, 35, 36, 495)
C[154] =	206955841 =	17 × 71 × 277 × 619,	d = 2,	M (8, 35, 138, 309)
C[155] =	121247281 =	17 × 89 × 127 × 631,	d = 2,	M (8, 44, 63, 315)
C[156] =	273769921 =	17 × 181 × 193 × 461,	d = 4,	M (4, 45, 48, 115)
C[157] =	809702401 =	17 × 241 × 257 × 769,	d = 16,	M (1, 15, 16, 48)
C[158] =	711374401 =	17 × 241 × 401 × 433,	d = 16,	M (1, 15, 25, 27)
C[159] =	990893569 =	17 × 257 × 337 × 673,	d = 16,	M (1, 16, 21, 42)
C[160] =	5031181 =	19 × 23 × 29 × 397,	d = 2,	M (9, 11, 14, 198)
C[161] =	9613297 =	19 × 29 × 73 × 239,	d = 2,	M (9, 14, 36, 119)
C[162] =	67653433 =	19 × 29 × 199 × 617,	d = 2,	M (9, 14, 99, 308)
C[163] =	2113921 =	19 × 31 × 37 × 97,	d = 6,	M (3, 5, 6, 16)
C[164] =	40917241 =	19 × 31 × 127 × 547,	d = 6,	M (3, 5, 21, 91)
C[165] =	8719309 =	19 × 37 × 79 × 157,	d = 6,	M (3, 6, 13, 26)
C[166] =	12490201 =	19 × 37 × 109 × 163,	d = 18,	M (1, 2, 6, 9)
C[167] =	144218341 =	19 × 37 × 271 × 757,	d = 18,	M (1, 2, 15, 42)
C[168] =	132511681 =	19 × 43 × 241 × 673,	d = 6,	M (3, 7, 40, 112)
C[169] =	158864833 =	19 × 43 × 337 × 577,	d = 6,	M (3, 7, 56, 96)
C[170] =	338740417 =	19 × 59 × 449 × 673,	d = 2,	M (9, 29, 224, 336)
C[171] =	600892993 =	19 × 59 × 577 × 929,	d = 2,	M (9, 29, 288, 464)
C[172] =	12261061 =	19 × 61 × 71 × 149,	d = 2,	M (9, 30, 35, 74)
C[173] =	81926461 =	19 × 67 × 139 × 463,	d = 6,	M (3, 11, 23, 77)
C[174] =	84311569 =	19 × 73 × 89 × 683,	d = 2,	M (9, 36, 44, 341)
C[175] =	133344793 =	19 × 73 × 127 × 757,	d = 18,	M (1, 4, 7, 42)
C[176] =	78120001 =	19 × 73 × 151 × 373,	d = 6,	M (3, 12, 25, 62)
C[177] =	109577161 =	19 × 73 × 199 × 397,	d = 18,	M (1, 4, 11, 22)
C[178] =	134809921 =	19 × 97 × 193 × 379,	d = 6,	M (3, 16, 32, 63)
C[179] =	246446929 =	19 × 109 × 127 × 937,	d = 18,	M (1, 6, 7, 52)
C[180] =	178451857 =	19 × 109 × 199 × 433,	d = 18,	M (1, 6, 11, 24)

$C[181] = 159492061 = 19 \times 127 \times 157 \times 421, \quad d = 6, M(3, 21, 26, 70)$
$C[182] = 462199681 = 19 \times 193 \times 241 \times 523, \quad d = 6, M(3, 32, 40, 87)$
$C[183] = 1879480513 = 19 \times 193 \times 547 \times 937, \quad d = 6, M(3, 32, 91, 156)$
$C[184] = 3025708561 = 19 \times 211 \times 757 \times 997, \quad d = 6, M(3, 35, 126, 166)$
$C[185] = 2064373921 = 19 \times 409 \times 421 \times 631, \quad d = 6, M(3, 68, 70, 105)$
$C[186] = 111291181 = 23 \times 43 \times 131 \times 859, \quad d = 2, M(11, 21, 65, 429)$
$C[187] = 9494101 = 23 \times 61 \times 67 \times 101, \quad d = 2, M(11, 30, 33, 50)$
$C[188] = 65241793 = 29 \times 43 \times 113 \times 463, \quad d = 14, M(2, 3, 8, 33)$
$C[189] = 45890209 = 29 \times 53 \times 73 \times 409, \quad d = 4, M(7, 13, 18, 102)$
$C[190] = 18307381 = 29 \times 61 \times 79 \times 131, \quad d = 2, M(14, 30, 39, 65)$
$C[191] = 64774081 = 29 \times 71 \times 163 \times 193, \quad d = 2, M(14, 35, 81, 96)$
$C[192] = 157731841 = 29 \times 113 \times 127 \times 379, \quad d = 14, M(2, 8, 9, 27)$
$C[193] = 161035057 = 29 \times 113 \times 157 \times 313, \quad d = 4, M(7, 28, 39, 78)$
$C[194] = 256828321 = 29 \times 113 \times 181 \times 433, \quad d = 4, M(7, 28, 45, 108)$
$C[195] = 289860481 = 29 \times 113 \times 197 \times 449, \quad d = 28, M(1, 4, 7, 16)$
$C[196] = 928482241 = 29 \times 113 \times 421 \times 673, \quad d = 28, M(1, 4, 15, 24)$
$C[197] = 392099401 = 29 \times 139 \times 211 \times 461, \quad d = 2, M(14, 69, 105, 230)$
$C[198] = 2335640077 = 29 \times 197 \times 463 \times 883, \quad d = 14, M(2, 14, 33, 63)$
$C[199] = 790020001 = 29 \times 229 \times 337 \times 353, \quad d = 4, M(7, 57, 84, 88)$
$C[200] = 2564889601 = 29 \times 281 \times 449 \times 701, \quad d = 28, M(1, 10, 16, 25)$
$C[201] = 4531599073 = 29 \times 463 \times 547 \times 617, \quad d = 14, M(2, 33, 39, 44)$
$C[202] = 4199932801 = 29 \times 499 \times 503 \times 577, \quad d = 2, M(14, 249, 251, 288)$
$C[203] = 8927101 = 31 \times 37 \times 43 \times 181, \quad d = 6, M(5, 6, 7, 30)$
$C[204] = 78091201 = 31 \times 37 \times 103 \times 661, \quad d = 6, M(5, 6, 17, 110)$
$C[205] = 42490801 = 31 \times 41 \times 101 \times 331, \quad d = 10, M(3, 4, 10, 33)$
$C[206] = 321602401 = 31 \times 41 \times 401 \times 631, \quad d = 10, M(3, 4, 40, 63)$
$C[207] = 27402481 = 31 \times 43 \times 61 \times 337, \quad d = 6, M(5, 7, 10, 56)$
$C[208] = 10606681 = 31 \times 43 \times 73 \times 109, \quad d = 6, M(5, 7, 12, 18)$
$C[209] = 45877861 = 31 \times 43 \times 127 \times 271, \quad d = 6, M(5, 7, 21, 45)$
$C[210] = 237597361 = 31 \times 47 \times 313 \times 521, \quad d = 2, M(15, 23, 156, 260)$
$C[211] = 70561921 = 31 \times 53 \times 67 \times 641, \quad d = 2, M(15, 26, 33, 320)$
$C[212] = 167979421 = 31 \times 61 \times 211 \times 421, \quad d = 30, M(1, 2, 7, 14)$
$C[213] = 150846961 = 31 \times 61 \times 241 \times 331, \quad d = 30, M(1, 2, 8, 11)$
$C[214] = 277241401 = 31 \times 61 \times 271 \times 541, \quad d = 30, M(1, 2, 9, 18)$
$C[215] = 829678141 = 31 \times 61 \times 541 \times 811, \quad d = 30, M(1, 2, 18, 27)$
$C[216] = 530443201 = 31 \times 71 \times 401 \times 601, \quad d = 10, M(3, 7, 40, 60)$
$C[217] = 413058601 = 31 \times 73 \times 349 \times 523, \quad d = 6, M(5, 12, 58, 87)$
$C[218] = 458368201 = 31 \times 151 \times 181 \times 541, \quad d = 30, M(1, 5, 6, 18)$
$C[219] = 48321001 = 37 \times 41 \times 53 \times 601, \quad d = 4, M(9, 10, 13, 150)$
$C[220] = 172290241 = 37 \times 41 \times 137 \times 829, \quad d = 4, M(9, 10, 34, 207)$
$C[221] = 38624041 = 37 \times 61 \times 109 \times 157, \quad d = 12, M(3, 5, 9, 13)$
$C[222] = 255160621 = 37 \times 61 \times 131 \times 863, \quad d = 2, M(18, 30, 65, 431)$
$C[223] = 107714881 = 37 \times 71 \times 131 \times 313, \quad d = 2, M(18, 35, 65, 156)$
$C[224] = 109393201 = 37 \times 73 \times 101 \times 401, \quad d = 4, M(9, 18, 25, 100)$
$C[225] = 105309289 = 37 \times 73 \times 127 \times 307, \quad d = 18, M(2, 4, 7, 17)$
$C[226] = 885336481 = 37 \times 73 \times 433 \times 757, \quad d = 36, M(1, 2, 12, 21)$
$C[227] = 194120389 = 37 \times 109 \times 127 \times 379, \quad d = 18, M(2, 6, 7, 21)$
$C[228] = 1349671681 = 37 \times 109 \times 379 \times 883, \quad d = 18, M(2, 6, 21, 49)$

$C[229] = 713588401 = 37 \times 151 \times 337 \times 379,\quad d = 6, M(6, 25, 56, 63)$
$C[230] = 295826581 = 37 \times 163 \times 181 \times 271,\quad d = 18, M(2, 9, 10, 15)$
$C[231] = 790623289 = 37 \times 233 \times 293 \times 313,\quad d = 4, M(9, 58, 73, 78)$
$C[232] = 7147241641 = 37 \times 421 \times 463 \times 991,\quad d = 6, M(6, 70, 77, 165)$
$C[233] = 83966401 = 41 \times 43 \times 97 \times 491,\quad d = 2, M(20, 21, 48, 245)$
$C[234] = 38151361 = 41 \times 53 \times 97 \times 181,\quad d = 4, M(10, 13, 24, 45)$
$C[235] = 151813201 = 41 \times 61 \times 101 \times 601,\quad d = 20, M(2, 3, 5, 30)$
$C[236] = 471441001 = 41 \times 61 \times 251 \times 751,\quad d = 10, M(4, 6, 25, 75)$
$C[237] = 704934361 = 41 \times 61 \times 521 \times 541,\quad d = 20, M(2, 3, 26, 27)$
$C[238] = 993905641 = 41 \times 71 \times 421 \times 811,\quad d = 10, M(4, 7, 42, 81)$
$C[239] = 752102401 = 41 \times 97 \times 281 \times 673,\quad d = 8, M(5, 12, 35, 84)$
$C[240] = 656187001 = 41 \times 101 \times 211 \times 751,\quad d = 10, M(4, 10, 21, 75)$
$C[241] = 393513121 = 41 \times 113 \times 157 \times 541,\quad d = 4, M(10, 28, 39, 135)$
$C[242] = 1317828601 = 41 \times 181 \times 311 \times 571,\quad d = 10, M(4, 18, 31, 57)$
$C[243] = 775866001 = 41 \times 233 \times 241 \times 337,\quad d = 8, M(5, 29, 30, 42)$
$C[244] = 2597928961 = 41 \times 257 \times 373 \times 661,\quad d = 4, M(10, 64, 93, 165)$
$C[245] = 252141121 = 43 \times 61 \times 97 \times 991,\quad d = 6, M(7, 10, 16, 165)$
$C[246] = 80282161 = 43 \times 61 \times 127 \times 241,\quad d = 6, M(7, 10, 21, 40)$
$C[247] = 727083001 = 43 \times 127 \times 211 \times 631,\quad d = 42, M(1, 3, 5, 15)$
$C[248] = 3313744561 = 43 \times 181 \times 541 \times 787,\quad d = 6, M(7, 30, 90, 131)$
$C[249] = 3248891101 = 43 \times 197 \times 421 \times 911,\quad d = 14, M(3, 14, 30, 65)$
$C[250] = 834244501 = 47 \times 139 \times 277 \times 461,\quad d = 46, M(1, 3, 6, 10)$
$C[251] = 99830641 = 53 \times 79 \times 113 \times 211,\quad d = 2, M(26, 39, 56, 105)$
$C[252] = 171679561 = 53 \times 79 \times 131 \times 313,\quad d = 26, M(2, 3, 5, 12)$
$C[253] = 580565233 = 53 \times 79 \times 313 \times 443,\quad d = 26, M(2, 3, 12, 17)$
$C[254] = 212027401 = 53 \times 83 \times 157 \times 307,\quad d = 2, M(26, 41, 78, 153)$
$C[255] = 230630401 = 53 \times 97 \times 113 \times 397,\quad d = 4, M(13, 24, 28, 99)$
$C[256] = 1576826161 = 53 \times 239 \times 281 \times 443,\quad d = 2, M(26, 119, 140, 221)$
$C[257] = 13961595649 = 53 \times 509 \times 673 \times 769,\quad d = 4, M(13, 127, 168, 192)$
$C[258] = 119327041 = 61 \times 73 \times 127 \times 211,\quad d = 6, M(10, 12, 21, 35)$
$C[259] = 595405201 = 61 \times 101 \times 241 \times 401,\quad d = 20, M(3, 5, 12, 20)$
$C[260] = 1801558201 = 61 \times 157 \times 313 \times 601,\quad d = 12, M(5, 13, 26, 50)$
$C[261] = 6108975601 = 61 \times 211 \times 521 \times 911,\quad d = 10, M(6, 21, 52, 91)$
$C[262] = 19445554441 = 61 \times 521 \times 653 \times 937,\quad d = 4, M(15, 130, 163, 234)$
$C[263] = 14700262501 = 67 \times 463 \times 631 \times 751,\quad d = 6, M(11, 77, 105, 125)$
$C[264] = 1394746081 = 71 \times 157 \times 211 \times 593,\quad d = 2, M(35, 78, 105, 296)$
$C[265] = 4911716881 = 71 \times 197 \times 433 \times 811,\quad d = 2, M(35, 98, 216, 405)$
$C[266] = 1772267281 = 71 \times 211 \times 281 \times 421,\quad d = 70, M(1, 3, 4, 6)$
$C[267] = 4421207701 = 71 \times 211 \times 421 \times 701,\quad d = 70, M(1, 3, 6, 10)$
$C[268] = 3112974481 = 71 \times 281 \times 337 \times 463,\quad d = 14, M(5, 20, 24, 33)$
$C[269] = 2723859001 = 73 \times 101 \times 571 \times 647,\quad d = 2, M(36, 50, 285, 323)$
$C[270] = 2244932281 = 73 \times 109 \times 307 \times 919,\quad d = 18, M(4, 6, 17, 51)$
$C[271] = 1394942473 = 73 \times 127 \times 379 \times 397,\quad d = 18, M(4, 7, 21, 22)$
$C[272] = 6427315441 = 73 \times 127 \times 761 \times 911,\quad d = 2, M(36, 63, 380, 455)$
$C[273] = 6697894321 = 73 \times 181 \times 541 \times 937,\quad d = 36, M(2, 5, 15, 26)$
$C[274] = 12963230281 = 73 \times 397 \times 491 \times 911,\quad d = 2, M(36, 198, 245, 455)$
$C[275] = 23292058681 = 73 \times 397 \times 811 \times 991,\quad d = 18, M(4, 22, 45, 55)$
$C[276] = 15462960481 = 89 \times 199 \times 881 \times 991,\quad d = 22, M(4, 9, 40, 45)$

$C[277] = 4862975041 = 89 \times 281 \times 337 \times 577$, $d = 8$, $M(11, 35, 42, 72)$
$C[278] = 15492142513 = 89 \times 397 \times 463 \times 947$, $d = 22$, $M(4, 18, 21, 43)$
$C[279] = 39562455241 = 89 \times 617 \times 727 \times 991$, $d = 22$, $M(4, 28, 33, 45)$
$C[280] = 958735681 = 97 \times 139 \times 211 \times 337$, $d = 6$, $M(16, 23, 35, 56)$
$C[281] = 1227220801 = 101 \times 157 \times 193 \times 401$, $d = 4$, $M(25, 39, 48, 100)$
$C[282] = 954732853 = 103 \times 109 \times 277 \times 307$, $d = 6$, $M(17, 18, 46, 51)$
$C[283] = 9595140409 = 103 \times 239 \times 409 \times 953$, $d = 34$, $M(3, 7, 12, 28)$
$C[284] = 22361985361 = 109 \times 241 \times 859 \times 991$, $d = 6$, $M(18, 40, 143, 165)$
$C[285] = 2544590161 = 113 \times 127 \times 281 \times 631$, $d = 14$, $M(8, 9, 20, 45)$
$C[286] = 5646993409 = 113 \times 257 \times 337 \times 577$, $d = 16$, $M(7, 16, 21, 36)$
$C[287] = 11238502801 = 113 \times 337 \times 421 \times 701$, $d = 28$, $M(4, 12, 15, 25)$
$C[288] = 36252770401 = 113 \times 569 \times 661 \times 853$, $d = 4$, $M(28, 142, 165, 213)$
$C[289] = 4627410481 = 127 \times 199 \times 277 \times 661$, $d = 6$, $M(21, 33, 46, 110)$
$C[290] = 6236982181 = 131 \times 199 \times 419 \times 571$, $d = 2$, $M(65, 99, 209, 285)$
$C[291] = 2023528501 = 139 \times 151 \times 229 \times 421$, $d = 6$, $M(23, 25, 38, 70)$
$C[292] = 8198789761 = 139 \times 181 \times 337 \times 967$, $d = 6$, $M(23, 30, 56, 161)$
$C[293] = 26072101801 = 149 \times 359 \times 601 \times 811$, $d = 2$, $M(74, 179, 300, 405)$
$C[294] = 9161404201 = 151 \times 157 \times 601 \times 643$, $d = 6$, $M(25, 26, 100, 107)$
$C[295] = 24899816449 = 157 \times 193 \times 877 \times 937$, $d = 12$, $M(13, 16, 73, 78)$
$C[296] = 39770771041 = 157 \times 409 \times 661 \times 937$, $d = 12$, $M(13, 34, 55, 78)$
$C[297] = 26801032441 = 157 \times 521 \times 547 \times 599$, $d = 26$, $M(6, 20, 21, 23)$
$C[298] = 18854317021 = 197 \times 421 \times 463 \times 491$, $d = 14$, $M(14, 30, 33, 35)$
$C[299] = 22666197709 = 199 \times 379 \times 397 \times 757$, $d = 18$, $M(11, 21, 22, 42)$
$C[300] = 5118204001 = 211 \times 241 \times 251 \times 401$, $d = 10$, $M(21, 24, 25, 40)$
$C[301] = 9371873281 = 241 \times 257 \times 337 \times 449$, $d = 16$, $M(15, 16, 21, 28)$
$C[302] = 24040270801 = 241 \times 313 \times 421 \times 757$, $d = 12$, $M(20, 26, 35, 63)$
$C[303] = 38396679361 = 241 \times 313 \times 521 \times 977$, $d = 8$, $M(30, 39, 65, 122)$
$C[304] = 81609850081 = 353 \times 397 \times 661 \times 881$, $d = 44$, $M(8, 9, 15, 20)$
$C[305] = 65311512001 = 401 \times 457 \times 593 \times 601$, $d = 8$, $M(50, 57, 74, 75)$
$C[306] = 109809287281 = 421 \times 463 \times 613 \times 919$, $d = 6$, $M(70, 77, 102, 153)$

IRODALOM

[1] H. Steinhaus: One hundred problems in elementary mathematics; Pergamon Press, L. T. D. Oxford (1963); 11—12, 55—58.
[2] K. Iséki: A problem of Number Theory; Proc. Japan Acad., 36 (1960), 578—583.
[3] K. Chikawa, K. Iséki and T. Kusakabe: On a problem by H. Steinhaus; Acta Arithm., VII. (1962), 251—252.
[4] K. Chikawa, K. Iséki, T. Kusakabe and K. Shibamura: Computation of cyclic parts of Steinhaus problem for power 5; Acta Arithm., VII. (1962), 253—254.
[5] E. T. Avanesov, V. A. Gusev: A certain problem of Steinhaus; Mat. Casopis Sloven. Akad., vied 21 (1971), 29—32.
[6] S. Sispanow: On pseudoprime numbers; Boll. Mat., 14 (1941), 99—106.
[7] P. Poulet: Table de nombres composés vérifiant le théoréme de Fermat pour le module 2 jusq'a 100000000; Sphinx, 8 (1938), 42—52.
[8] D. H. Lehmer: On the converse of Fermet's theorem II; Amer. Math. Monthly, 56 (1949), 300—309.
[9] J. Chernick: On Fermat's simple theorem; Bull. Amer. Math. Soc., 45 (1939), 267—274.
[10] A. Rotkiewicz: Pseudoprime numbers and their generalisations; University of Novi Sad, Novi Sad (1972).

EXAMINATION OF A FEW PROBLEMS OF THEORY OF NUMBERS WITH THE HELP OF COMPUTER

PÉTER KISS

In this paper we deal with three problems of Theory of Numbers with the help of a computer.

A problem of H. Steinhaus. Let A be a integer in the decimal system and let $F(A)$ be the sum of the k-th powers of A's digits. We get from A the sequence A, $A_1 = F(A)$, $A_2 = F(A_1), \dots$ We prove in the paper that in case $k = 8$ this sequence is cyclic (a finite cycle is repeated from one element) and the number of distinct cycles is finite. We give also each distinct cycle.

On a twin-prime problem. If $F_1 = 1$, $F_2 = 1, \dots, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \dots$ are the elements of Fibonacci-sequence and $P_n = F_1 \cdot F_2 \dots F_n$ then $P_n - 1$ and $P_n + 1$ are primes in case $n < 9$. Using a computer we have pointed out that it is not true for every n.

On the absolutely pseudoprimes. We have made a table of the absolutely pseudoprimes which we could write as a product of three or four primes, where the primes are less than 1000. We give the forms of these in the decimal system, their prime factors p_i, the l. c. d. of the values $p_i - 1$ (d), and the values of the $m_i = \frac{p_i - 1}{d}$ in the form $M(m_1, m_2, \dots)$, where $i = 1, 2, 3$ or $i = 1, 2, 3, 4$. We prove among others the following theorem: If $ap \equiv -1 \pmod b$, $bp \equiv -1 \pmod a$ and $p_1 = p$, $p_2 = a(p-1) + 1$, $p_3 = b(p-1) + 1$ are prime numbers simultaneously, then $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ is an absolutely pseudoprime number. If $p_4 = ab(p-1) + 1$ is also a prime, then $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4$ is also an absolutely pseudoprime number.